

Veelvlakken

Tijdens dit project Veelvlakken ga je vooral veel zelf onderzoeken.

Je zult veel aan het bouwen zijn met Polydron materiaal.

Waarschijnlijk zul je naar aanleiding van je bevindingen zelf vragen over het onderwerp krijgen, of vermoedens over wiskundige regels.

Bespreek deze vragen en vermoedens met elkaar. Ga naar aanleiding daarvan op zoek naar antwoorden op je vragen en zoek naar zekerheid over je vermoedens.

Uiteraard kan de docent je altijd op weg helpen, maar het belangrijkste is dat je aan de hand van de opdrachten je eigen onderzoek doet.

Gebruik niet de werkbladen die in dit boekje zitten, maar vraag aan je leraar of je een kopietje kunt krijgen van de werkbladen.

Veel plezier!

Begrippenlijst


Veelhoek	Gedeelte van het platte vlak dat wordt ingesloten door drie of meer lijnen (bijv. een driehoek, vierhoek, enz.)
Regelmatige veelhoek	veelhoek waarvan alle zijden even lang zijn, en alle hoeken even groot zijn.
Veelvlak	Een ruimtelijk lichaam dat opgebouwd is uit veelhoeken. Een veelvlak bestaat uit zijvlakken, ribben en hoekpunten.
Convex	Als A en B twee willekeurige punten op het veelvlak zijn, en het lijnstuk AB geheel binnen het veelvlak ligt, is het veelvlak convex. Eenvoudig gezegd: het heeft een bolle vorm, zonder deuken.
Congruent	Van dezelfde vorm en dezelfde grootte. De figuren passen, eventueel na draaien, precies op elkaar.
Afknotten	Het afsnijden van hoekpunten of ribben

Deltavlakken

Deltavlakken zijn veelvlakken die helemaal zijn opgebouwd uit gelijkzijdige driehoeken.

Ga onderzoeken wat voor deltavlakken je kunt bouwen.

Beschrijf de deltavlakken die je gevonden hebt op je werkblad 'Deltavlakken', zoals in het voorbeeld op de bovenste rij. Kun je het als voorbeeld beschreven veelvlak ook maken?

Vorm van een zijvlak	Aantal zijvlakken	Aantal ribben	Aantal hoekpunten	Beschrijving hoekpunten
	4	6	4	Bij elk hoekpunt komen drie driehoeken samen



Platonische Lichamen

Een Platonisch lichaam is een veelvlak waarvoor geldt:

- Alle zijvlakken zijn dezelfde regelmatige veelhoeken
- In elk hoekpunt komen evenveel zijvlakken bij elkaar.
- Het veelvlak is convex.

Ga onderzoeken welke Platonische lichamen je kunt maken.
(Tip: Er zijn deltavlakken die voldoen aan de beschrijving)

Beschrijf de Platonische lichamen die je gemaakt hebt op het werkblad 'Platonische lichamen'.

Formule van Euler

De wiskundige Euler ontdekte dat er een vast verband is tussen het aantal zijvlakken, het aantal ribben en het aantal hoekpunten van een veelvlak.

Kun je, nu je van heel wat lichamen gegevens in de tabel het geschreven, dit verband ontdekken?

Beschrijf dit verband en schrijf het als formule. Gebruik de letters

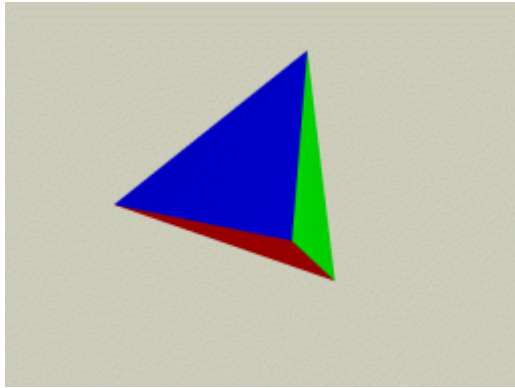
V voor het aantal zijvlakken,

R voor het aantal ribben,

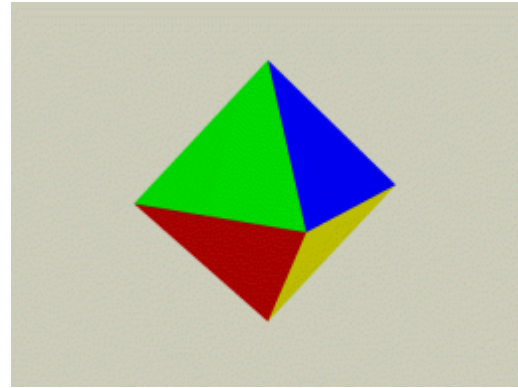
H voor het aantal hoekpunten.

Tip: tel bij ieder van de veelvlakken in de tabellen het aantal zijvlakken en het aantal hoekpunten bij elkaar op.

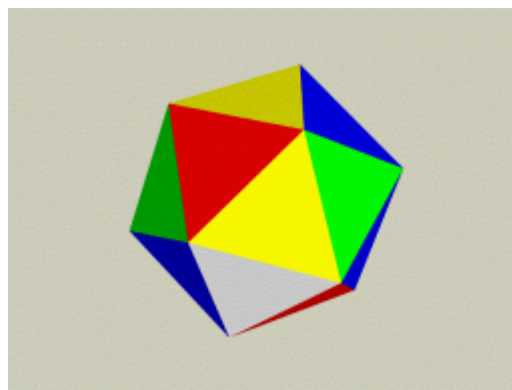
De Platonische Lichamen



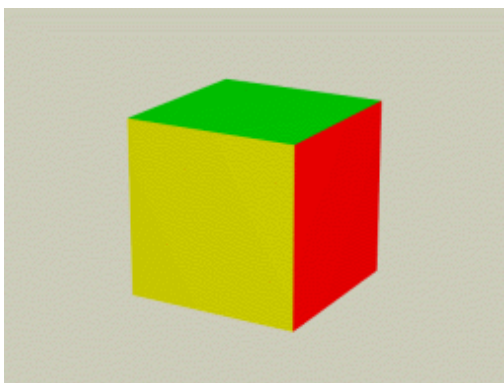
Tetraëder



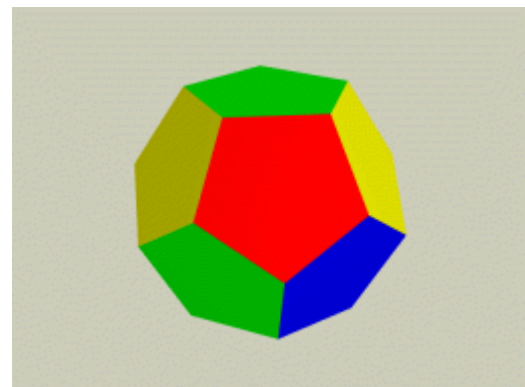
Octaëder



Icosaëder



Hexaëder (kubus)



Dodecaëder

Archimedische Lichamen

Archimedische lichamen horen bij de halfregelmatige veelvlakken.

Een halfregelmatig veelvlak is een veelvlak waarvoor geldt:

- Alle zijvlakken zijn regelmatige veelhoeken.
- Alle hoekpunten zijn congruent.
- Het veelvlak is convex.

Archimedische lichamen zijn allemaal op een bepaalde manier af te leiden van Platonische lichamen. Dat gebeurt door:

1. het afknotten (zie begrippenlijst) van de hoekpunten
2. het afknotten van hoekpunten én ribben
3. het vervangen van de ribben door een keten van driehoeken.

Opdracht

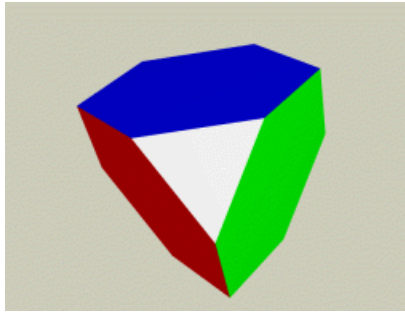
Bouw het lichaam dat je krijgt als je de hoekpunten van de tetraëder afknot.

Nu ga je met opdrachtkaarten aan het werk.

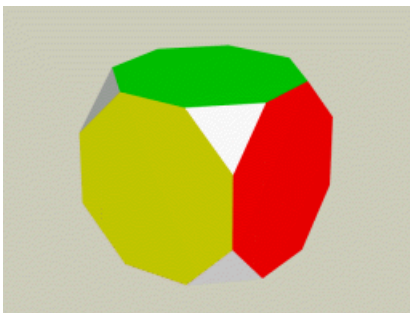
Lees eerst de aanwijzingen hieronder.

- Je doet de opdrachten steeds in tweetallen.
- Doe eerst je veelhoeken in de juiste dozen voor in de klas (gesorteerd naar vorm) en neem een opdrachtkaart.
- Het aantal sterren bij een opdracht zegt iets over de moeilijkheidsgraad en/of tijdsduur.
- Neem steeds alleen de veelhoeken die je nodig hebt (eerst de opdracht goed lezen).
- Na het uitvoeren van een opdracht leg je de opdrachtkaart en de veelhoeken terug en kies je een volgende opdrachtkaart.
- De genoemde tips (over een vervolgoopdracht) hoef je niet op te volgen, maar het mag natuurlijk wel.
- Kies vooral ook verschillende kleuren opdrachtkaarten (= verschillende onderwerpen).
- Opdrachtkaart 12 (computerpracticum) kan alleen aan het begin gekozen worden, i.v.m. de benodigde tijd. Je moet er op rekenen dat je daar de rest van het uur mee bezig bent.

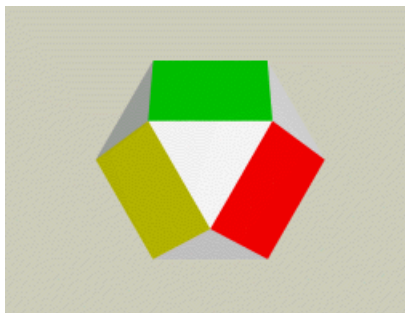
De Archimedische Lichamen



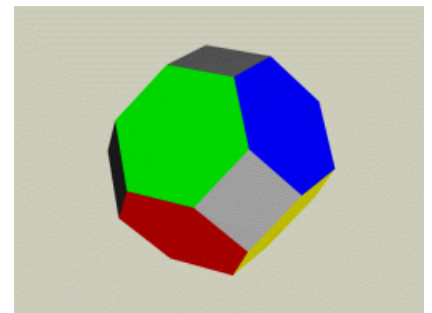
Afgeknotte Tetraëder



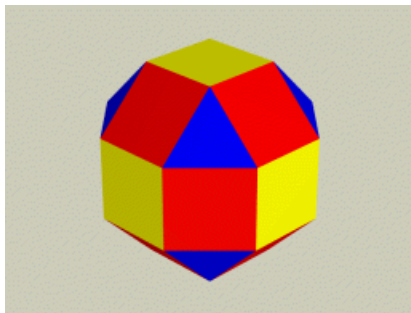
Afgeknotte Kubus



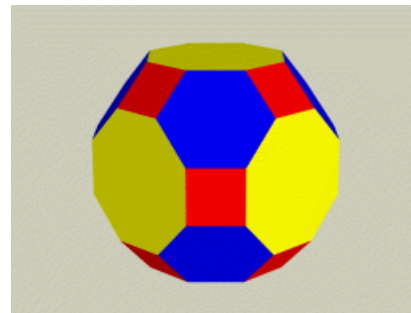
Cuboctaëder



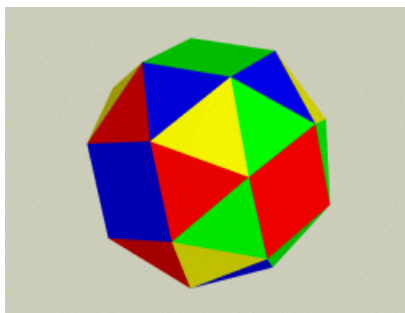
Afgeknotte Octaëder



Kleine Rombencuboctaëder

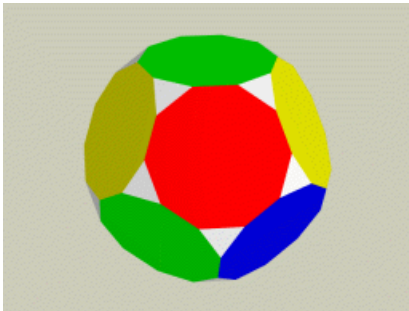


Grote Rombencuboctaëder

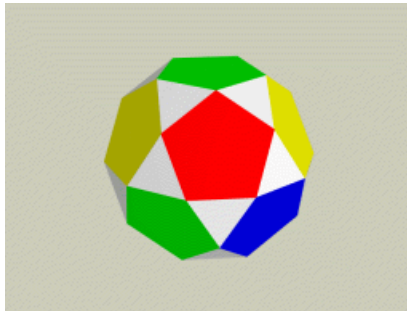


Stompe Kubus

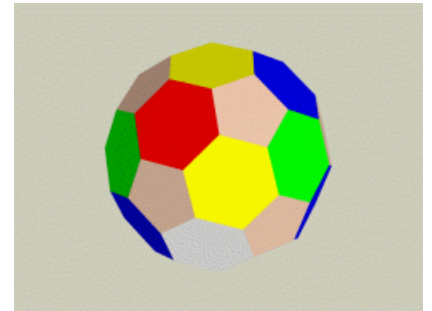
De Archimedische Lichamen (vervolg)



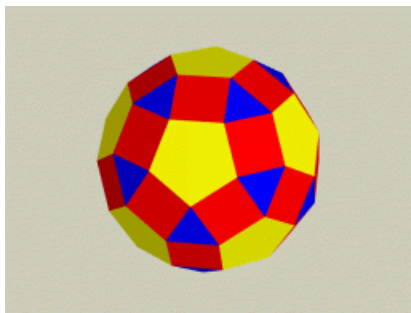
Afgeknotte Dodecaëder



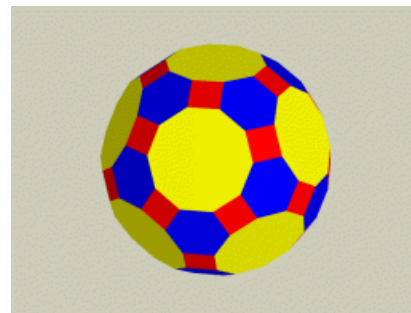
Icosidodecaëder



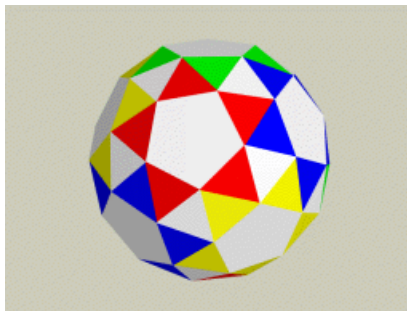
Afgeknotte Icosaëder



Kleine Rombenicosidodecaëder



Grote Rombenicosidodecaëder



Stompe Dodecaëder



Opdracht 1 *

Uit wat voor veelhoeken bestaat het lichaam dat je krijgt als je de hoekpunten van een kubus afknot?

Bouw dit lichaam.

Tip voor een vervolgoopdracht: 4



Opdracht 2 *

Uit wat voor veelhoeken bestaat het lichaam dat je krijgt als je de hoekpunten van een octaëder afknot?

Bouw dit lichaam.

Tip voor een vervolgoopdracht: 5

Opdracht 3 **

Uit wat voor veelhoeken bestaat het lichaam dat je krijgt als je de hoekpunten van een icosaeëder afknot?

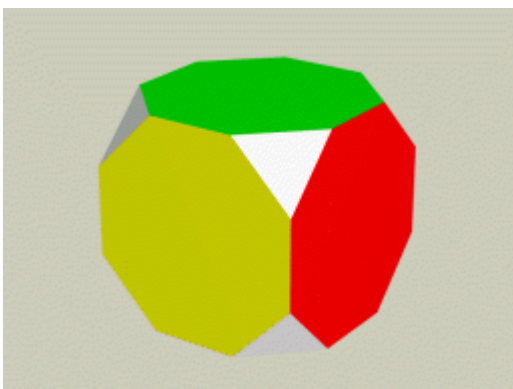
Bouw dit lichaam.

Herken je in dit lichaam een gebruiksvoorwerp?

Tip voor een vervolgoopdracht: 6

Opdracht 4 **

Als je de afknottingen van een afgeknotte kubus zo groot maakt dat ze elkaar raken, krijg je een lichaam met weer andere zijvlakken. Bouw dit lichaam.



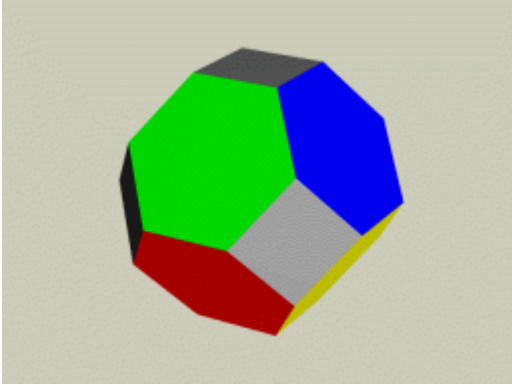
afgeknotte kubus



Waarom zou het lichaam dat je dan krijgt een cuboctaëder heten?

Opdracht 5 **

Als je de afknottingen van een afgeknotte octaëder zo groot maakt dat ze elkaar raken, krijg je een lichaam met weer andere zijvlakken. Bouw dit lichaam.



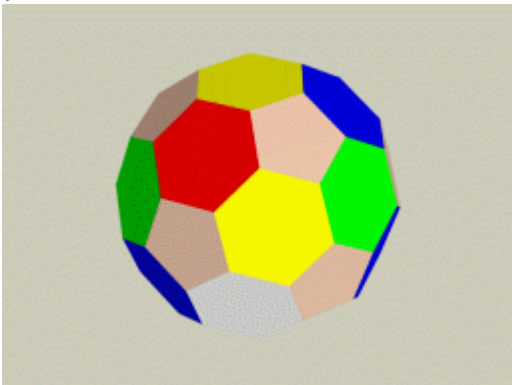
afgeknotte octaëder



Waarom zou het lichaam dat je dan krijgt een cuboctaëder heten?

Opdracht 6 ***

Als je de afknottingen van een afgeknotte icosaeëder zo groot maakt dat ze elkaar raken, krijg je een lichaam met weer andere zijvlakken. Bouw dit lichaam.



afgeknotte icosaeëder



Waarom zou het lichaam dat je dan krijgt een icosidodecaëder heten?

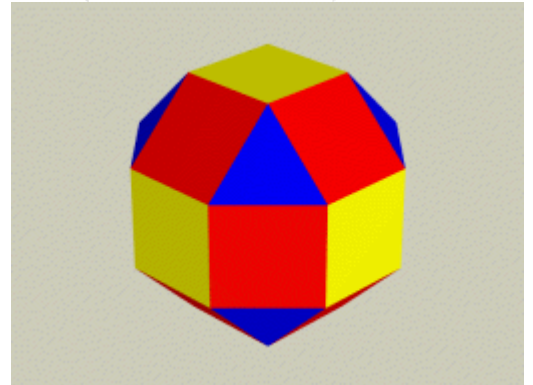
Opdracht 7 *

De kleine rombencuboctaëder ontstaat uit een kubus door de hoeken af te knotten en de ribben te vervangen door vierkanten.

Bereken hoeveel vierkanten en driehoeken je nodig hebt voor dit lichaam.

Maak daarna het lichaam en kijk of je berekening klopt.

Tip voor een vervolgoopdracht: 8



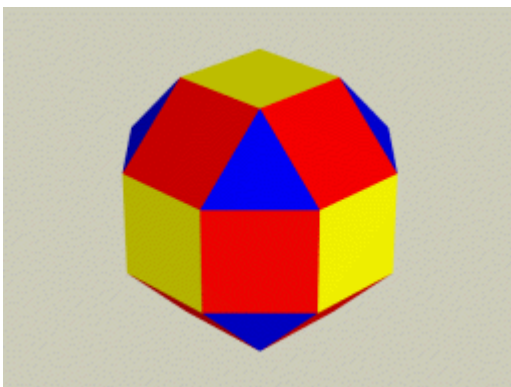
kleine rombencuboctaëder

Opdracht 8 **

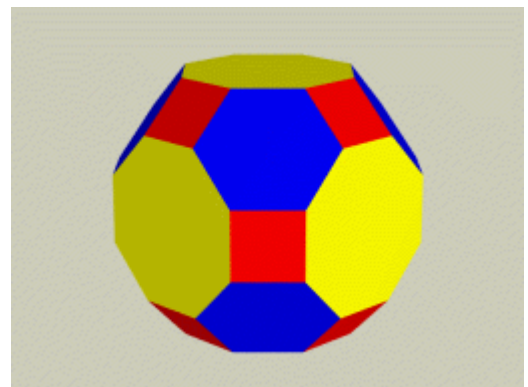
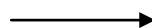
De grote rombencuboctaëder ontstaat als je de driehoeken van de kleine rombencuboctaëder verder afvijlt.

Bereken hoeveel van de verschillende veelhoeken je nodig hebt om dit lichaam te maken.

Maak daarna het lichaam en kijk of je berekening klopt.



kleine rombencuboctaëder



grote rombencuboctaëder

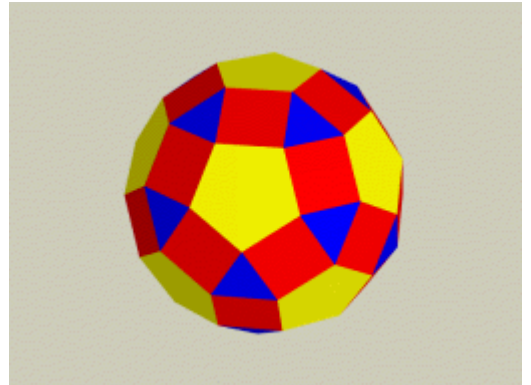
Opdracht 9 ***

De kleine rombenicosidodecaëder ontstaat uit een dodecaëder door de hoeken af te knotten en de ribben te vervangen door vierkanten.

Bereken hoeveel van de verschillende veelhoeken je nodig hebt.

Je kunt hierbij gebruik maken van de formule van Euler. Maak daarna het lichaam en kijk of je berekening klopt.

kleine rombenicosidodecaëder



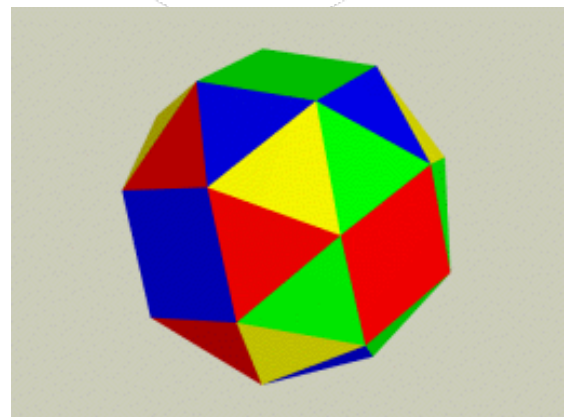
Opdracht 10 ****

Hiernaast zie je een stompe kubus. Je kunt dit lichaam beschrijven als: "Een kubus waarbij elk zijvlak omringd is door een keten van driehoeken".

Bereken hoeveel driehoeken en vierkanten je nodig hebt om dit lichaam te bouwen.

Je kunt hierbij gebruik maken van de formule van Euler.

Maak daarna het lichaam en kijk of je berekening klopt.



stompe kubus

Van dit lichaam zijn twee gespiegelde varianten, zoals je linkerhand en rechterhand gespiegelde varianten van elkaar zijn. Probeer de tweede variant ook te bouwen (laat de eerste heel, zodat je kunt vergelijken).

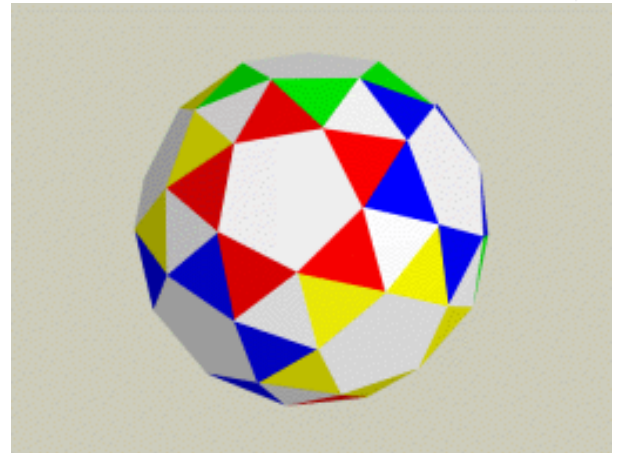
Opdracht 11 *****

Hiernaast zie je een stompe dodecaëder. Je kunt dit lichaam beschrijven als: "Een dodecaëder waarbij elk zijvlak omringd is door een keten van driehoeken".

Bereken hoeveel driehoeken en vijfhoeken je nodig hebt om dit lichaam te bouwen.

Je kunt hierbij gebruik maken van de formule van Euler.

Maak daarna het lichaam en kijk of je berekening klopt.



stompe dodecaëder

Van dit lichaam zijn twee gespiegelde varianten, zoals je linkerhand en rechterhand gespiegelde varianten van elkaar zijn. Probeer de tweede variant ook te bouwen (laat de eerste heel, zodat je kunt vergelijken).

Opdracht 12 ***

Voer het computerpracticum uit dat je van je docent krijgt.





Opdracht 13*

Neem een werkblad 'Dualen tekenen: Tetraëder'.

In het midden van de zijvlakken van de tetraëder staat een punt. Als je deze punten op de juiste manier met elkaar verbindt, ontstaat er opnieuw een tetraëder.

Men zegt: "Een tetraëder is dual met zichzelf".



Opdracht 14**

Neem een werkblad 'Dualen tekenen: Kubus en Octaëder'.

In het midden van de zijvlakken van de kubus staat een punt. Als je deze punten op de juiste manier met elkaar verbindt, ontstaat er een octaëder.

Iets vergelijkbaars gebeurt er als je de middelpunten van de zijvlakken van de octaëder met elkaar verbindt. Er ontstaat dan een kubus.

Men zegt: "De kubus en de octaëder zijn elkaars dualen".