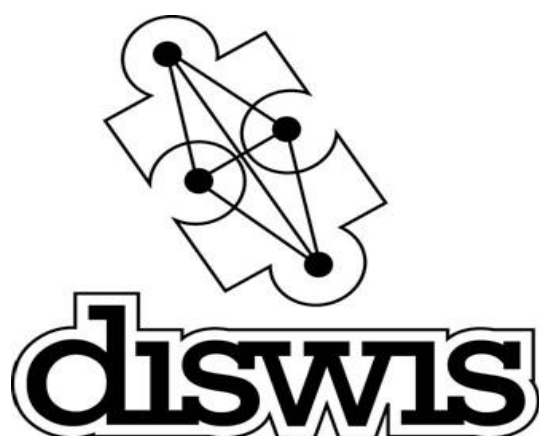


MINIMODULES VOOR 3 HAVO



Bioethanol
Complex rekenen
Cryptografie
Digitaal!
Evolutie van het oog
Forensisch onderzoek
Fractals

Grafentheorie

Navigatie
Zonne-energie

Ontwikkeld voor



Door

Jeroen Borsboom
Hans van Dijk
Arjan de Graaff
Jeroen Heilig
Peter Keeven
Nicole de Klein
Wim Launspach
Henk Ubbels
De Praktijk
Wessel van de Hoef

Auteurs:

*Jeroen Borsboom, PSG Jan van Egmond, Purmerend
De Praktijk, Amsterdam*

Hans van Dijk, Pieter Nieuwland College, Amsterdam

Arjan de Graaf, Bonhoeffer College, Castricum

Jeroen Heilig, Petrus Canisius College, Alkmaar

Peter Keeven, Keizer Karel College, Amstelveen

Nicole de Klein, Fons Vitae Lyceum

Wim Launsspach, Hermann Wesselink College, Amsterdam

Henk Ubbels, Oscar Romero, Hoorn

Zonne-energie

Grafentheorie

Fractals, Digitaal!

Navigatie

Complex rekenen

Forensisch onderzoek

Cryptografie

De evolutie van het oog

Bioethanol

Eindredacteurs:

Hans van Dijk

*Pieter Nieuwland College, Amsterdam
Amstel Instituut, Amsterdam*

Wessel van de Hoef






*Fons Vitae Lyceum, Amsterdam
Amstel Instituut, Amsterdam*

Beste leerling,

Dit jaar een profiel kiezen, met nieuwe vakken?

De komende lessen maak je kennis met een stukje wiskunde dat niet in de schoolboeken staat: De Grafentheorie. Als je een natuurprofiel (natuur en gezondheid of natuur en techniek) kiest, krijg je misschien de gelegenheid ook het vak 'Wiskunde D' te kiezen. Belangrijk is in ieder geval dat de manier van denken in deze lessen overeenkomt met wat er bij wiskunde D van je verwacht wordt.

Alle minimodules hebben dezelfde opbouw, wat het werken ermee vergemakkelijkt. Je zal in de modules veel icoontjes tegenkomen. Deze icoontjes hebben de volgende betekenis:

-  : Leestekst
-  : Achtergrondinformatie
-  : Opdracht
-  : Practicumhandeling
-  : Internetopdracht

We wensen je veel plezier bij het maken van deze minimodule. Hopelijk vind je de inhoud van deze minimodule leuk en interessant genoeg om in ieder geval een natuurprofiel te kiezen en misschien wel wiskunde D.

De auteurs

Inhoudsopgave

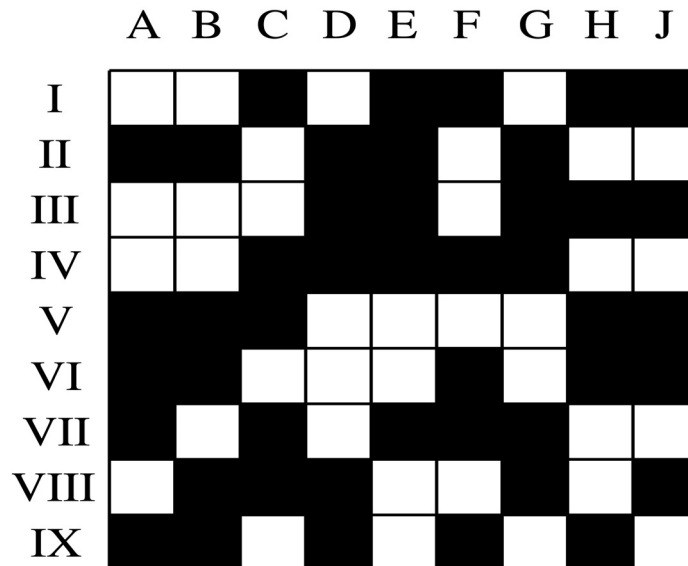
Hoofdstuk 1	Grafen	Blz. 5
Hoofdstuk 2	Remseys Vriendenstelling	Blz. 8

Studieplanner

Les	Datum	Stof	k/z	Omschrijving
1		Hst 1	k/z	Je krijgt uitleg over een roosterpuzzel en leert wat een graaf is. Je maakt opgaven 1 t/m 6 van Hst 1
2		Hst 2	k/z	Je leert de stelling van Ramsey kennen en toepassen. Daarnaast leer je het <i>Pigeon Hole Principle</i> . Je maakt de opgaven 1 t/m 4 van Hst. 2

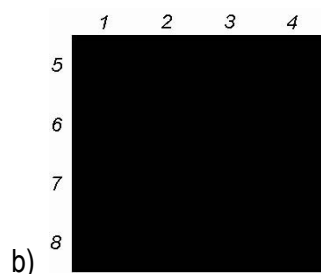
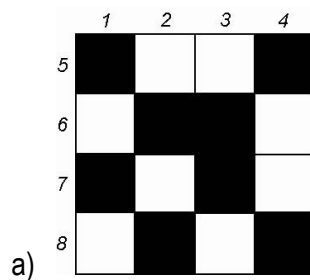
Hoofdstuk 1 Grafen

✎ 1) Los de roosterpuzzel hieronder op.



📄 Van de roosterpuzzel hierboven kun je een graaf maken door de letters A t/m J en de Romeinse cijfers I t/m IX voor te stellen als punten. Als het vakje (D,VI) wit is, dan zijn de punten D en VI verbonden met een lijn. Hetzelfde geldt voor alle andere witte vakjes.

✎ 2) Teken naast de twee onderstaande roosterpuzzels de bijbehorende graaf:



 **Definitie 1: Graaf**

Een graaf G is een geordend paar (V, E) waarbij V een eindige verzameling is en E een verzameling paren uit V .

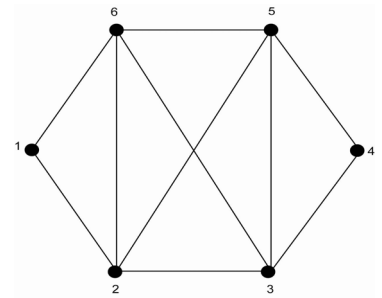
Een voorbeeld van een eindige verzameling is $V = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

Een verzameling paren uit V kan zijn


$E = \{\{1, 2\}, \{1, 6\}, \{2, 3\}, \{2, 5\}, \{2, 6\}, \{3, 4\}, \{3, 5\}, \{3, 6\}, \{4, 5\}, \{5, 6\}\}$.

Het geordende paar (V, E) is volgens de definitie een graaf.

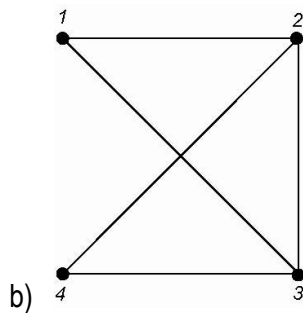
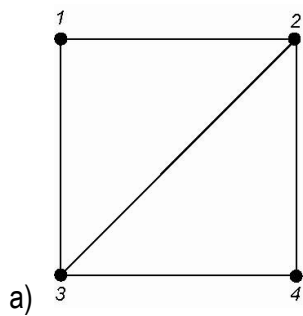
Je kunt je de verzameling paren als lijnen voorstellen. Een paar $e = \{1, 2\}$ is dan bijvoorbeeld de lijn die de punten 1 en 2 met elkaar verbindt. Op deze manier kun je een graaf tekenen.



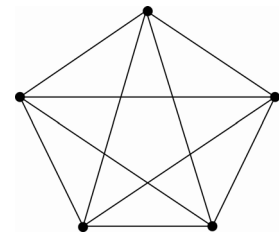
De graaf $G = (V, E)$ zoals hiernaast beschreven

-  3) Laat zien dat je elk van de onderstaande situaties als een graaf kan interpreteren. Geef telkens aan wat we kunnen opvatten als de punten verzameling, en wat we kunnen opvatten als de lijnen verzameling.
- Computernetwerk
 - Landkaart
 - Soapserie

- 4) Geef de formele notatie van de onderstaande grafen. (schrijf op wat V en wat E is). Wat valt je op?



- 5) Kun je een graaf tekenen op 4 punten waarbij alle lijnstukken met elkaar verbonden zijn, en geen van de lijnstukken elkaar snijden? Zo nee, waarom niet? Zo ja, teken zo'n graaf. En hoe zit dat met een graaf op 5 punten waarbij alle punten met elkaar verbonden zijn?



- 6) Hoeveel grafen op vier punten zijn er?

Hoofdstuk 2 Ramsey's Vriendenstelling

- ☰ In elke samenkomst van zes mensen zijn er minstens drie gemeenschappelijke vrienden of drie mensen die alledrie geen vrienden van elkaar zijn.

Ramsey heeft deze stelling nog veel verder gegeneraliseerd. Je kunt op internet nog veel meer opzoeken over wat Ramsey nog meer heeft gevonden. Er is zelfs een heel vakgebied binnen de wiskunde die zich hiermee bezighoudt. Als je daar benieuwd naar bent, surf dan eens naar een van de volgende sites:

- 🔗 <http://nl.wikipedia.org/wiki/Ramsey-theorie>
<http://dutiaw37.twi.tudelft.nl/~kp/stukjes-pythagoras/jg44/2005-04/>

- ✎ 1) Gaat de stelling van Ramsey ook op voor groepen van vijf mensen?
En voor groepen van meer dan zes mensen?
- ✎ 8) Waar wordt in het bewijs van Ramsey gebruik gemaakt van het *pigeonhole principle*?
- ✎ 9) Discussie vraag: Wat is de kans dat er in Amsterdam minstens twee mensen zijn met precies hetzelfde aantal haren op hun hoofd?
(a) 0-50%
(b) 50-99%
(c) 100%



Niet iedereen heeft evenveel haren op z'n hoofd

✎ 10) Beredeneer door middel van het *pigeonhole principle* dat de volgende beweringen juist zijn. Geef telkens aan wat we kunnen zien als de duiven en wat we kunnen zien als de hokjes.

(a) Er wonen in Nederland op elk moment minstens twee mensen die precies even zwaar (in hele kg), én even lang (in hele cm) én even oud (in hele jaren) zijn.

(b) Er zijn in Nederland minstens 500 mensen met dezelfde PIN-code.